

Instituto de Física
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Física Matemática II-2011/2

Lista N^o : 4. Funções Analíticas

1. Mostre que a função real u é harmônica e encontre a harmônica conjugada v nos seguintes casos:

a) $u = 2x(1 - y)$

b) $\sinh(x) \sin(y)$

2. a) Se $\exp(z)$ é real, mostrar que $\text{Im}(z) = n\pi$ ($n = 0, 1, \dots$)

b) Para que valores de z , a função $\exp(z)$ é imaginária pura.

3. Prove que $\exp(\bar{z})$ não é analítica em ponto nenhum.

4. Achar todas as raízes da equação :

$$\text{Log}(z) = \frac{1}{2}\pi i$$

5. Seja a função univalente

$$\text{Log}(z) = \ln(r) + i\theta$$

cujo domínio é:

$$r \neq 0, \quad -\frac{1}{2}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$$

Mostrar onde a função é descontínua, e calcular a descontinuidade nessa região.

6. Defina o domínio da função $f(z) = z^{1/2}$ de tal forma que ela seja contínua no eixo real negativo.

Indique onde a função é descontínua, e calcule a descontinuidade.

7. Defina o domínio da função $f(z) = \sqrt{z^2 - 1}$ de tal forma que ela seja univalente.

Indique onde a função é descontínua, e calcule a descontinuidade.